

Сибирский институт управления – филиал РАНХиГС

Факультет экономики и финансов

Кафедра информатики и математики

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Б1.О.03

краткое наименование дисциплины – не устанавливается

по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

направленность (профиль): «Финансы и кредит»

квалификация: Бакалавр

формы обучения: очная, заочная

Год набора — 2020

Автор – составитель:

старший преподаватель кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»
РАНХиГС Чабан А.Н.

кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики и
математики СИУ – филиала РАНХиГС Е.А. Рапоцевич

Новосибирск, 2019

Цель освоения дисциплины:

Сформировать компетенцию, необходимую при осуществлении профессиональной деятельности - способность использовать методы математического анализа для решения прикладных задач.

План курса:**Тема 1. Множества и их отображения.**

Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств, бинарные отношения. Отображения и их свойства. Множество действительных чисел.

Тема 2. Предел последовательности, предел и непрерывность функции.

Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Вычисление $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Предел монотонной ограниченной функции. Число e . Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции. Понятие о сходимости ряда. Непрерывность, точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

Тема 3. Производная и дифференциал.

Производная, её естественнонаучный смысл и основные свойства. Предельные величины. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Эластичность и её свойства.

Тема 4. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума. Теоремы Лагранжа и Коши. Критерий постоянства функции. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без доказательства). Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства). Разложения функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\mu$. Правила Лопиталя.

Тема 5. Исследование свойств функций и построение графиков.

Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции. Выпуклость графика функции. Функции спроса Торнквиста. Функция полезности. Закон убывающей предельной полезности.

Тема 6. Метрические пространства. Функции нескольких переменных.

Открытые, замкнутые, компактные множества. Функции и отображения, их пределы и непрерывность. Функции Кобба-Дугласа.

Тема 7. Дифференцируемость функции многих переменных. Частные производные.

Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Касательная плоскость. Производная по направлению, Градиент. Матрица Якоби отображения и её свойства. Свойства якобиана. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Гессиан.

Тема 8. Экстремумы функций нескольких переменных.

Формулы Тейлора для функции нескольких переменных.

Необходимые условия экстремума. Достаточные условия существования экстремума.

Тема 9. Неявная функция. Условный экстремум.

Формулировка теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости функции $y = f(x)$, определяемой уравнением $F(x, y) = 0$. Формулировка теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости функции $y = f(x_1, \dots, x_n)$

определяемой уравнением $F(x_1, \dots, x_n, y) = 0$. Формулировка теоремы о неявных функциях, определяемых системой уравнений.

Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймлённый гессиан.

Тема 10. Приложения теории условного экстремума к экономической теории.

Задача рационального поведения потребителя на рынке. Задача минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Тема 11. Неопределённый интеграл.

Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональных функций, некоторых тригонометрических функций.

Тема 12. Определённый интеграл.

Понятие площади плоской фигуры. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определение интеграла (по Риману). Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости функции. Интегрируемость ограниченной монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость кусочно-непрерывной функции. Свойства определённого интеграла, теоремы о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Тема 13. Приложения определённого интеграла.

Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в полярных координатах, длина дуги, объём пространственного тела (принцип Кавальери), площадь поверхности вращения.

Приложения определённого интеграла к задачам экономики: объём выпускаемой продукции, коэффициент Джини, дисконтированный доход.

Тема 14. Несобственный интеграл.

Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования. Несобственный интеграл от неограниченных функций. Критерий Коши сходимости. Обобщение понятия площади. Сходимость и расходимость интегралов

$$\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}, a > 0, \int_0^1 \frac{dx}{x^p}.$$

Замена переменной, интегрирование по частям, несобственный интеграл с переменным верхним пределом. Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций. Абсолютно сходящиеся и условно сходящиеся интегралы.

Тема 15. Кратные интегралы.

Двойной интеграл, его свойства. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Тройной интеграл, его свойства.

Тема 16. Числовые ряды.

Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Признак Гаусса (без доказательства). Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства). Абсолютная сходимость ряда. Условная сходимость ряда. Перестановки членов ряда.

Тема 17. Функциональные ряды.

Степенные ряды. Радиус сходимости, интервал сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора элементарных функций. Ряд Фурье. Тригонометрическая система функций. Коэффициенты Фурье.

Тема 18. Эйлеровы интегралы.

Гамма и бета-функции Эйлера, их свойства (без доказательства). Нормальное распределение. Вычисление его моментов.

Тема 1. Множества и их отображения.

Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств, бинарные отношения. Отображения и их свойства. Множество действительных чисел.

Тема 2. Предел последовательности, предел и непрерывность функции.

Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Вычисление $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Предел монотонной ограниченной функции. Число ϵ . Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции. Понятие о сходимости ряда. Непрерывность, точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

Тема 3. Производная и дифференциал.

Производная, её естественнонаучный смысл и основные свойства. Предельные величины. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Эластичность и её свойства.

Тема 4. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума. Теоремы Лагранжа и Коши. Критерий постоянства функции. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без доказательства). Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства). Разложения функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\mu$. Правила Лопиталья.

Тема 5. Исследование свойств функций и построение графиков.

Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции. Выпуклость графика функции. Функции спроса Торнквиста. Функция полезности. Закон убывающей предельной полезности.

Тема 6. Метрические пространства. Функции нескольких переменных.

Открытые, замкнутые, компактные множества. Функции и отображения, их пределы и непрерывность. Функции Кобба-Дугласа.

Тема 7. Дифференцируемость функции многих переменных. Частные производные.

Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Касательная плоскость. Производная по направлению, Градиент. Матрица Якоби отображения и её свойства. Свойства якобиана. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Гессиан.

Тема 8. Экстремумы функций нескольких переменных.

Формулы Тейлора для функции нескольких переменных.

Необходимые условия экстремума. Достаточные условия существования экстремума.

Тема 9. Неявная функция. Условный экстремум.

Формулировка теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости функции $y = f(x)$, определяемой уравнением $F(x, y) = 0$. Формулировка теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости функции $y = f(x_1, \dots, x_n)$ определяемой уравнением $F(x_1, \dots, x_n, y) = 0$. Формулировка теоремы о неявных функциях, определяемых системой уравнений.

Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймлённый гессиан.

Тема 10. Приложения теории условного экстремума к экономической теории.

Задача рационального поведения потребителя на рынке. Задача минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Тема 11. Неопределённый интеграл.

Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональных функций, некоторых тригонометрических функций.

Тема 12. Определённый интеграл.

Понятие площади плоской фигуры. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определение интеграла (по Риману). Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости функции. Интегрируемость ограниченной монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость кусочно-непрерывной функции. Свойства определённого интеграла, теоремы о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Тема 13. Приложения определённого интеграла.

Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в полярных координатах, длина дуги, объём пространственного тела (принцип Кавальери), площадь поверхности вращения.

Приложения определённого интеграла к задачам экономики: объём выпускаемой продукции, коэффициент Джини, дисконтированный доход.

Тема 14. Несобственный интеграл.

Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования. Несобственный интеграл от неограниченных функций. Критерий Коши сходимости. Обобщение понятия площади. Сходимость и расходимость интегралов $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$, $a > 0$, $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$.

Замена переменной, интегрирование по частям, несобственный интеграл с переменным верхним пределом. Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций. Абсолютно сходящиеся и условно сходящиеся интегралы.

Тема 15. Кратные интегралы.

Двойной интеграл, его свойства. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Тройной интеграл, его свойства.

Тема 16. Числовые ряды.

Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Признак Гаусса (без доказательства). Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства). Абсолютная сходимость ряда. Условная сходимость ряда. Перестановки членов ряда.

Тема 17. Функциональные ряды.

Степенные ряды. Радиус сходимости, интервал сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора элементарных функций. Ряд Фурье. Тригонометрическая система функций. Коэффициенты Фурье.

Тема 18. Эйлеровы интегралы.

Гамма и бета-функции Эйлера, их свойства (без доказательства). Нормальное распределение. Вычисление его моментов.

Формы текущего контроля и промежуточной аттестации

для очной формы обучения

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Множества и их отображения.	Коллоквиум №1
Тема 2. Предел последовательности, предел и непрерывность функции .	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 3. Производная и дифференциал.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 4. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 5. Исследование свойств функций и построение графиков.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 6. Метрические пространства. Функции нескольких переменных.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 7. Дифференцируемость функции многих переменных. Частные производные.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 8. Экстремумы функций нескольких переменных.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 9. Неявная функция. Условный экстремум.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 10. Приложения теории условного экстремума к экономической теории.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 11. Неопределённый интеграл.	Контрольная работа №3 Коллоквиум №3
Тема 12. Определённый интеграл.	Контрольная работа №3 Коллоквиум №3
Тема 13. Приложения определённого интеграла.	Контрольная работа №3 Коллоквиум №3
Тема 14. Несобственный интеграл.	Контрольная работа №3 Коллоквиум №3
Тема 15. Кратные интегралы.	Контрольная работа №3 Коллоквиум №3
Тема 16. Числовые ряды.	Контрольная работа №4 Коллоквиум №4
Тема 17. Функциональные ряды.	Контрольная работа №4 Коллоквиум №4
Тема 18. Эйлеровы интегралы.	Коллоквиум №4

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Основная литература:

1. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-

534-07067-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452409>

2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112051>

3. Чирский, В. Г. Математический анализ и инструментальные методы решения задач. В 2 книгах. Кн.1 : учебник / В. Г. Чирский, К. Ю. Шилин. — Москва : Дело, 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-7749-1384-8 (кн.1), 978-5-7749-1383-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/95106.html>

4. Чирский, В. Г. Математический анализ и инструментальные методы решения задач. В 2 книгах. Кн.2 : учебник / В. Г. Чирский, К. Ю. Шилин. — Москва : Дело, 2019. — 272 с. — ISBN 978-5-7749-1385-5 (кн.2), 978-5-7749-1383-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/95107.html>

5. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б. П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126716>

6. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник / Л.Д. Кудрявцев. — 4-е изд., перераб. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды — 2015. — 444 с. — ISBN 978-5-9221-1585-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/71994>