

Сибирский институт управления – филиал РАНХиГС
Кафедра информатики и математики

УТВЕРЖДЕНА
кафедрой информатики и математики
Протокол от «24» августа 2021 г. №1

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ**

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Б1.О.08

краткое наименование дисциплины – не устанавливается

по направлению подготовки:

38.03.04 Государственное муниципальное управление

направленность (профиль): «Внутренняя политика и лидерство»

квалификация выпускника: Бакалавр

формы обучения: очная, заочная

Год набора - 2021

Новосибирск, 2021

Авторы – составители:

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информатики и прикладной математики РАНХиГС А.Н. Данчул ;

заведующий кафедрой информатики и математики СИУ РАНХиГС, канд. физ.-мат. наук, доцент Рапоцевич Е.А.

Оглавление

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....	5
3. Содержание и структура дисциплины	6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине	10
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.	32
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	34
6.1. Основная литература	34
6.2. Дополнительная литература	35
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы	35
6.4. Интернет-ресурсы, справочные системы	35
6.5. Нормативные правовые документы	35
6.6. Иные источники	35
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....	36

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина «Высшая математика» (Б1.О.08) обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапа:

Таблица 1.

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-5	Способен использовать в профессиональной деятельности информационно-коммуникационные технологии, государственные и муниципальные информационные системы; применять технологии электронного правительства и предоставления государственных (муниципальных) услуг	ОПК-5.1 (очная, заочная формы обучения)	Способность использовать в профессиональной деятельности информационно-коммуникационные технологии при решении математически формализованных задач, анализа полученных результатов.

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 2.

ОТФ/ТФ	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ОПК-5.1 (очная, заочная формы обучения)	<p>на уровне знаний:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знать основные математические модели и инструментарий, необходимые для оценки информационных систем <p>на уровне умений:</p> <ul style="list-style-type: none"> - уметь использовать математический инструментарий для решения управленческих задач <p>на уровне навыков:</p> <ul style="list-style-type: none"> - создавать формальную математическую запись управленческих задач; выполнять решения задач и интерпретации их результатов; использовать различные методы принятия управленческих решений с учетом поставленной задачи и складывающейся ситуации

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины - 4 з. е.

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем:

очная форма обучения

- 66 часов (32 часа лекций, 34 часа практических (семинарских) занятий);
на самостоятельную работу обучающихся – 51 час.

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем

заочная форма обучения

- 20 часов (8 часов лекций, 12 часов практических (семинарских) занятий);
на самостоятельную работу обучающихся – 115 часов.

Место дисциплины –

«Высшая математика» (Б1.О.08) изучается на 1 курсе (2 семестр) очной формы обучения, на 1 курсе (2 сессия) заочной формы обучения.

Освоение дисциплины опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний в области дисциплины Высшая математика, полученных в рамках освоения основной образовательной программы среднего (полного) общего образования, а также на приобретенные ранее умения и навыки при освоении основной образовательной программы среднего (полного) общего образования.

3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 3

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Всего	Объем дисциплины (модуля), час.				СР	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л	ЛР	ПЗ	КСР/ консультация		
<i>Очная форма обучения</i>								
Тема 1	Основы математической логики и теории множеств	11	2		4		5	О
Тема 2	Матрицы и определители	13	4		4		5	О, КР, ДЗ
Тема 3	Системы линейных алгебраических уравнений	13	4		4		5	О, КР, ДЗ
Тема 4	Линейные пространства и преобразования	13	4		4		5	О, КР, ДЗ
Тема 5	Функции одной переменной. Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций. Ряды.	22	6		6		10	О, КР, ДЗ
Тема 6	Дифференциальное исчисление	16	4		4		8	О, КР, ДЗ
Тема 7	Неопределенный и определенный интегралы	13	4		4		5	О, КР, ДЗ
Тема 8	Основы теории вероятностей	16	4		4		8	О, КР
Промежуточная аттестация		27						Экз.
Всего:		144	32		34		51	ак.ч.

	4	0,88		0,94		1,4	З.Е.
	108	24		25,5		38,25	ас.ч.

<i>Заочная форма обучения</i>								
Тема 1	Основы математической логики и теории множеств	12	1		1		10	ПКЗ, Т, ЭС
Тема 2	Матрицы и определители	13	1		2		10	ПКЗ, Т, ЭС
Тема 3	Системы линейных алгебраических уравнений	18	1		2		15	ПКЗ, Т, ЭС
Тема 4	Линейные пространства и преобразования	12	1		1		10	ПКЗ, Т, ЭС
Тема 5	Функции одной переменной. Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций. Ряды.	23	1		2		20	ПКЗ, Т, ЭС
Тема 6	Дифференциальное исчисление	17	1		1		15	ПКЗ, Т, ЭС
Тема 7	Неопределенный и определенный интегралы	17	1		1		15	ПКЗ, Т, ЭС
Тема 8	Основы теории вероятностей	23	1		2		20	ПКЗ, Т, ЭС
Промежуточная аттестация		9						Экз.
Всего:		144	8		12		115	ак.ч.
		4	0,22		0,33		3,16	З.Е.
		108	6		9		87	ас.ч.

Примечание:

* *формы текущего контроля успеваемости:* опрос (О), контрольная работа (КР), контрольное домашнее задание (ДЗ), письменное контрольное задание (ПКЗ), тестирование (Т), Электронный семинар(ЭС).

** *формы промежуточной аттестации:* экзамен (Экз).

Содержание дисциплины

Тема 1. Основы математической логики и теории множеств

Математика как язык. Основные особенности математического мышления. Математическая логика и теория множеств как основа математики. Высказывания и основные операции над ними. Таблицы истинности. Эквивалентные высказывания и логические законы. Методы доказательства. Предикаты. Кванторы общности и существования.

Множества. Подмножества. Простейшие операции над множествами (дополнение, объединение, пересечение, разность). Диаграммы Венна. Пустое и универсальное множества. Тождества теории множеств. Кортежи. Прямое (декартово) произведение множеств. Координатная диаграмма декартова произведения. Понятие и примеры бинарных отношений и отображений множеств.

Тема 2. Матрицы и определители

Определение и виды матриц. Векторы. Операции над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение. Вычисление и свойства определителей. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы. Решение СЛАУ и вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 4. Линейные пространства и преобразования

Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве. Определение и примеры линейного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Координаты вектора в различных базисах. Размерность. Скалярное произведение. Ортонормированный базис. Евклидовы пространства.

Линейные преобразования: определение и примеры. Матрица линейного преобразования.

Тема 5. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды

Отображения числовых множеств. Понятие числовой последовательности. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Основные элементарные функции. Сложные и взаимно обратные функции. Основные свойства функций и последовательностей (ограниченность, монотонность). Метрическое пространство. Окрестность точки.

Предел последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела последовательности.

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакочередующегося ряда. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.

Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы. Признаки существования предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.

Тема 6. Дифференциальное исчисление

Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной функции. Производные основных элементарных функций.

Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталю. Производные высших порядков. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема исследования функций.

Тема 7. Неопределенный и определенный интегралы

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования.

Понятие и геометрическая интерпретация определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 8. Основы теории вероятностей

Понятие вероятности. Пространство элементарных событий. Основные теоремы о вероятностях событий. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.

Случайные величины. Функция и плотность распределения. Характеристики случайных величин.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.08 «Высшая математика» (очная, заочная формы обучения), используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема и/или раздел		Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1.	Основы математической логики и теории множеств	Опрос
Тема 2.	Матрицы и определители	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 3.	Системы линейных алгебраических уравнений	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 4.	Линейные пространства и преобразования	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 5.	Функции одной переменной. Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций. Ряды.	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 6.	Дифференциальное исчисление	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 7.	Неопределенный и определенный интегралы	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 8.	Основы теории вероятностей	Опрос, контрольная работа

Для студентов заочной формы обучения оценивается правильность выполнения ПКЗ, электронного семинара и результат прохождения итогового компьютерного тестирования.

Типовые вопросы и задания для электронного семинара

1. Приведите несколько примеров распространенных в литературе определений понятия математика.
2. Какие аксиомы и постулаты привел Евклид в своих «Началах» в III в. до н. э.?
3. Определите основные этапы становления современной математики.
4. В чем состоят достоинства и недостатки математического языка?
5. В чем особенность математической индукции?

Полный перечень вопросов и заданий для электронного семинара находится на кафедре Информатики и математики в УМК-Д.

4.1.2. Экзамен проводится в форме собеседования по билету (очная, очно-заочная, заочная формы обучения), для заочной формы обучения предусмотрены письменная работа и компьютерное тестирование.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- выступление по вопросам к опросам,
- написание контрольной работы,
- решение задач.

Критерии оценивания ответа:

- степень усвоения понятий и категорий по теме;
- умение работать с документальными и литературными источниками;
- грамотность изложения материала;
- самостоятельность работы, наличие собственной обоснованной позиции.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 60% из 100% (60 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, написания контрольных работ, по результатам решения задач.

Детализация баллов и критерии оценки текущего контроля успеваемости утверждается на заседании кафедры.

Вопросы для подготовки к опросам, практическим занятиям по темам¹:

Тема 1. Основы математической логики и теории множеств

Занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Доказать логические законы, используя таблицы истинности, и дать примеры их содержательной интерпретации

$$\text{а) } \overline{a \vee b} \Leftrightarrow \bar{a} \wedge \bar{b} ; \text{ б) } (a \Rightarrow b) \Leftrightarrow \bar{a} \vee b;$$

$$\text{в) } a \vee (b \wedge c) \Leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c);$$

3. Пусть p означает: «число a делится на число b », q означает: «число a делится на число c » и r означает: «число a делится на произведение чисел b и c ». Сформулировать предложения, записанные в виде формул, и определить, если возможно, их значение (истинность)

$$\text{а) } p \wedge q; \quad \text{б) } p \wedge q \Rightarrow r;$$

¹ Количество и номера занятий приведены для очной формы обучения.

4. Пусть R и D означают соответственно высказывания: «данный четырехугольник есть ромб» и «диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны». Записать в символической форме следующие высказывания и определить, если возможно, их значение (истинность).

а) Если данный четырехугольник есть ромб, то диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны;

б) Неверно, что если диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны, то данный четырехугольник есть ромб.

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Записать в форме высказываний, введя необходимые обозначения предикатов, следующие предложения:

а) Все москвичи в данной группе учатся на «хорошо» и «отлично».

б) В данной группе нет слушателей старше 30 лет.

4. Пусть $S(x, y, z)$ - предикат сложения (z является суммой x и y), рассматриваемый на множестве \mathbf{Z} всех целых чисел и на множестве $\mathbf{N}_0 = \mathbf{N} \cup \{0\}$ целых неотрицательных чисел. Какова содержательная интерпретация следующих формул и на каком множестве (\mathbf{Z} или \mathbf{N}_0) они истинны?

а) $\forall y \exists x S(x, y, 0)$ б) $\forall z \forall x \exists y S(x, y, z)$.

Проверить выполнение тождеств при множествах

$I = \{1, 2, 3, 4, 5\}, X = \{1, 5\}, Y = \{1, 2, 4\}, Z = \{2, 5\}$.

6. Даны множества: $X = \{1, 5\}, Y = \{1, 2, 4\}, Z = \{2, 5\}$. Найти следующие множества

$X \times Y$,

Тема 2. Матрицы и определители

Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Даны матрицы A и B .

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а) $A + B$; б) $A^T + B$; в) $A + B^T$; г) $A^T + B^T$.

д) AB ; е) $A^T B$; ж) AB^T ; з) BA^T .

Занятие 2.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Найти ранг матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений

Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Решить системы уравнений методом Гаусса

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases} ; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases} .$$

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Решение задач методом Гаусса.

Тема 4. Линейные пространства и преобразования

Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Найти косинус угла между векторами x и y , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} .$$

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый

$$\text{вектор } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{в вектор } y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}$$

5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного векторного пространства в вектор y по следующему алгоритму.

а) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = x_2$;

б) поворот на 45° по часовой стрелке;

в) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

Тема 5. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды

Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Найти пределы последовательностей

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{6n+5}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{6n^2+5}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{2n+1};$$

3. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n};$$

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Определить области существования и области значений следующих функций:

$$\text{а) } y = \sqrt{3x - x^3}; \quad \text{б) } y = \log(x^2 - 4); \quad \text{в) } y = \sin(\sqrt{x})$$

4. Построить график функции

$$y = ax + b, \quad a \in \mathfrak{R}, \quad b \in \mathfrak{R}^2.$$

Занятие 3

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Вычислить пределы

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

² \mathfrak{R} - множество действительных чисел.

Тема 6. Дифференциальное исчисление

Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти первую и вторую производные функций:

$$y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$$

4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 3x^2$ в заданной точке $M(-2, 12)$.

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Исследовать функции и построить их графики

$$\text{а) } y = \frac{x^2}{x^2 - 1}; \quad \text{б) } y = x + \frac{1}{x}$$

$$\text{на дом а) } y = \frac{3\sqrt{x}}{3x + 1}; \quad \text{б) } y = x^{2/3}(1 - 3x).$$

Тема 7. Неопределенный и определенный интегралы

Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}; \quad \text{б) } \int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx; \quad \text{в) } \int e^x 5^{4x} dx.$$

4. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

$$\text{а) } \int \frac{2x}{1+x^4} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx.$$

5. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям.

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей
4. Вычислить определенные интегралы

5. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

$$\text{а) } y = -x^2 + 3, \quad y = 0; \quad \text{б) } y = x^2 - 2x, \quad y = 4x - x^2$$

6. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \text{б) } \int_0^5 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

Тема 8. Основы теории вероятностей

Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Вероятность сдачи студентом зачета по истории (событие А) равна 0,9, а зачета по математике (событие В) – 0,7. Считая сдачу этих зачетов независимыми событиями, найти вероятности событий $A \cap B, \bar{A} \cap B, A \cap \bar{B}, \bar{A} \cap \bar{B}$. Дать содержательную интерпретацию этим событиям и изобразить их на рисунке пространства элементарных событий.

4. В одной группе Г1 студентов, из которых О1 учатся на «отлично». В другой – Г2 студентов, из которых на «отлично» учатся О2. Из каждой группы случайным образом выбрали по одному студенту. Какова вероятность того, что оба учатся на «отлично»?

$$\text{а) } Г_1=18; \quad О_1=9; \quad Г_2=16; \quad О_2=4$$

4. Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 приглашения на дискотеку, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся а) только девушки, б) только юноши?

Занятие 2.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. В семье двое детей. Известно, что один из них мальчик. Какова вероятность, что оба ребенка – мальчики?

4. По результатам проверки зачетных работ оказалось, что в первой группе получили зачет 20 студентов из 30, а во второй 16 из 32. Какова вероятность того, что наудачу выбранная зачетная работа принадлежит студенту первой группы?

5. Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, а для второго – 0,4. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит первому стрелку.

4.2.1. Контрольное домашнее задание выполняется по вариантам в соответствии с таблицей вариантов.

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ (ПКЗ)

Таблица вариантов

№ в списке	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	10	3	2	1	1	5
2	2	4	9	6	4	6	8	4
3	3	6	8	9	6	10	5	3
4	4	8	7	2	8	5	2	2
5	5	10	6	5	10	9	9	1
6	6	1	5	8	1	4	6	6
7	7	3	4	1	3	8	3	7
8	8	5	3	4	5	3	10	8
9	9	7	2	7	7	7	7	9
10	10	9	1	10	9	2	4	10
11	1	2	10	10	4	7	5	5
12	2	4	9	3	6	2	2	4
13	3	6	8	6	8	1	9	3
14	8	8	7	9	10	6	1	2
15	5	10	6	2	2	8	10	1
16	6	1	5	5	3	3	7	6
17	7	3	4	8	5	10	4	7
18	8	5	3	1	7	5	8	8
19	9	7	2	4	9	4	3	9
20	10	9	1	7	1	9	1	10
21	1	2	10	2	1	2	8	5
22	2	4	9	5	5	7	1	4

23	3	6	8	8	3	3	4	3
24	4	8	7	1	7	8	5	2
25	5	10	6	4	6	1	8	1
26	6	1	5	7	4	10	9	6
27	7	3	4	10	6	4	7	7
28	8	5	3	3	8	9	10	8
29	9	7	2	6	10	5	6	9
30	10	9	1	9	2	6	9	10

Задача 1. Выполнить действия над множествами

1. $A=(-2,0]$, $B=[0,1)$. Найти $A \cup B$, $B \cap A$, $A \cup \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\overline{A \cup B}$
2. $A=[-2,3)$, $B=(-2,+\infty)$. Найти $A \cup B$, $B \cap A$, $A \cup \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\overline{A \cup B}$
3. $A=(0,+\infty)$, $B=[-3,5)$. Найти $A \cup B$, $B \cap A$, $A \cup \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\overline{A \cup B}$
4. $A=[-2,3]$, $B=(1,3)$, $C=(-2,0]$. Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap C$, $C \cup B$, $(A \cup B) \cap C$, $A \cap B \cap C$
5. $A=(-\infty,-1]$, $B=(-\infty,-3)$. Найти $A \cup B$, $B \cap A$, $A \cup \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\overline{A \cup B}$
6. Определить множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \bar{A} , \bar{B} , если $A = \{x: x^2 - 2x < 0\}$, $B = \{x: x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$
7. Определить множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \bar{A} , \bar{B} , если $A = \{x: |x-1| < 2\}$, $B = \{x: |x-1| + |x-2| < 3\}$.
8. Определить множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \bar{A} , \bar{B} , если $A = \{x: |x| + |x-1| < 2\}$, $B = \{x: |x-1| + |x-2| < 3\}$.
9. Определить множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \bar{A} , \bar{B} , если $A = \{x: |x-1| \geq 2\}$, $B = \{x: |x-1| + |x-2| \geq 3\}$.
10. Определить множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, \bar{A} , \bar{B} , если $A = \{x: |x-1| \geq 2\}$, $B = \{x: |x-1| + |x-2| < 3\}$.

Задача 2. Найти ранг матрицы

Вариант 1	Вариант 2
$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
Вариант 3	Вариант 4
$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$
Вариант 5	Вариант 6
$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 7	Вариант 8
$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ -5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 9	Вариант 10
$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Задача 3. Представить вектор \mathbf{x} в виде линейной комбинации векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$, если система векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ линейно независима. В случае линейной зависимости векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ заменить один из них на вектор \mathbf{x} так, чтобы полученная система стала линейно независимой.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор \mathbf{x} двухмерного линейного пространства в вектор \mathbf{y} по следующему алгоритму:

Вариант 1.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° по часовой стрелке.
Вариант 2.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.

Вариант 3.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 4.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.
Вариант 5.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 6.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.
Вариант 7.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.
Вариант 8.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 9.	Поворот по часовой стрелке на 90° , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 10.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.

Задача 5. Вычислить пределы функций

Вариант 1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$$

Вариант 2

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

Вариант 3

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x}}{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2}}$$

Вариант 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}$$

Вариант 5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}$$

Вариант 6

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$$

Вариант 7

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$$

Вариант 8

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

Вариант 9

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+x} - 1}$$

Вариант 10

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{3}{x}}$$

Задача 6. Исследовать функцию и построить график.

Вариант 1

$$y = \frac{2x}{1+x^2}$$

Вариант 2

$$y = x^2 e^{-2x}$$

Вариант 3

$$y = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$$

Вариант 4

$$y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

Вариант 5

$$y = x\sqrt{1+x}$$

Вариант 6

$$y = x^2 + 2\sqrt{-x}$$

Вариант 7

$$y = \sqrt{x}e^{-x}$$

Вариант 8

$$y = xe^{\frac{1}{x}}$$

Вариант 9

$$y = \frac{1}{1-e^x}$$

Вариант 10

$$y = x^{\frac{2}{3}}(1-x)$$

Задача 7. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными кривыми

Вариант 1 $y = \sqrt{1-x},$ $y = x+1, y = 0$	Вариант 2 $y = e^x, y = e^{x/2},$ $y = e^2$	Вариант 3 $xy = 1, y = 0,$ $x = 3, y = x^2$
Вариант 4 $y = x^2 + 2, x = 0,$ $y = 1 - x^2, x = 1$	Вариант 5 $y = 4/x^2, x = 1,$ $y = x - 1$	Вариант 6 $y = 2 - x^4,$ $y = x^2$
Вариант 7 $y = -x^2, y = 2e^x,$ $x = 0, x = 1$	Вариант 8 $y = \sin x, y = \cos x,$ $x = 0$	Вариант 9 $y = x^2,$ $y = 1 + 0.75x^2$

Вариант 10

$$x = 0, x = 2, y = 2^x,$$

$$y = 2x - x^2$$

Задача 8. Решить задачу на вычисление вероятности события

1. Владелец пластиковой карточки банкомата забыл последние три цифры кода и набрал их наугад. Какова вероятность набора верного номера, если известно, что все эти три цифры различны?
2. Известно, что курс евро к рублю может возрасти с вероятностью 0,55, а курс доллара к рублю может возрасти с вероятностью 0,35. Вероятность того, что возрастут оба курса, составляет 0,3. Найти вероятность того, что курс евро или доллара по отношению к рублю возрастет.
3. Среди студентов академии 30% первокурсников, 35% студентов учатся на втором курсе, остальные – старшекурсники. По данным деканатов известно, что на первом курсе 20% студентов сдали сессию только на отличные оценки, на втором – 30%, среди старшекурсников 40% отличников. Наудачу вызванный студент оказался отличником. Чему равна вероятность того, что он – старшекурсник?
4. В терапевтическом отделении больницы 70% пациентов – женщины, а 21% – курящие мужчины. Наугад выбирают пациента. Он оказывается мужчиной. Какова вероятность, что он курит?
5. Предприятие, производящее компьютеры, получает одинаковые комплектующие детали от трех поставщиков. Первый составляет 50% всех комплектующих деталей, второй – 20%, третий – 30% деталей. Известно, что качество поставляемых деталей разное, и в продукции первого поставщика процент брака составляет 4%, второго – 5%, третьего – 2%. Определите вероятность того, что деталь, выбранная наудачу из всех полученных, будет бракованной. Найдите вероятность того, что бракованная деталь была получена от первого поставщика.
6. . Каждый пятый клиент банка приходит в банк брать проценты с вклада. Сейчас в банке ожидает своей очереди обслуживания шесть человек. Найти вероятность того, что из них будут брать проценты: а) только два человека б) хотя бы один.
7. В городе три коммерческих банка, оценка надежности которых – 0,95, 0,90 и 0,85 соответственно. В связи с определением хозяйственных перспектив развития города администрацию интересуют ответы на следующие вопросы: а) какова вероятность того, что в течение года обанкротятся все три банка; б) что обанкротится хотя бы один банк?
8. . В среднем каждый десятый договор страховой компании завершается выплатой по страховому случаю. Компания заключила пять договоров. Найти вероятность того, что страховой случай наступит: а) один раз; б) хотя бы один раз.
9. Охотник сделал три выстрела по кабану. Вероятность попадания первым выстрелом равна 0,4, вторым – 0,5, а третьим – 0,7. Одним попаданием кабана можно убить с вероятностью равной 0,2, двумя попаданиями – с вероятностью 0,6, а тремя наверняка. Найти вероятность того, что кабан будет убит.
10. Каждый выпущенный по цели снаряд попадает в нее, независимо от других снарядов, с вероятностью 0,4. Если в цель попал один снаряд, она поражается с вероятностью 0,3, если два снаряда, то с вероятностью 0,7, если три или более снарядов, то цель поражается наверняка. Найдите вероятность поражения цели при условии, что по ней выпущено три снаряда.

4.2.3. На контрольные работы выносятся задачи из текущих и контрольных домашних заданий, а также могут быть использованы следующие виды задач.

Контрольная работа 1 (очная форма обучения)

Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице A

Вариант 1	Вариант 2
$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 3	Вариант 4
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 5	Вариант 6
$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 7	Вариант 8
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 9	Вариант 10
$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

Задача 2. Решить систему уравнений методом Гаусса

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_3 = -48 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26 \\ -2x_1 + 9x_3 = 19 \end{cases}$$

Контрольная работа 2(очная форма обучения)

Задача 1. Записать уравнение касательной, проходящей через точку $M(x,y)$, к графику функции $y=f(x)$. Записать уравнение нормали к графику в точке касания.

Вариант 1

$$M(0,0); y = x^2 + 2x$$

Вариант 6

$$M(-1,-1); y = x^2 + 2x$$

Вариант 2

$$M(1,3); y = x^2 + 2x$$

Вариант 7

$$M(-2,0); y = x^2 + 2x$$

Вариант 3

$$M(2,8); y = x^2 + 2x$$

Вариант 8

$$M(0,0); y = x^2 - 2x$$

Вариант 4

$$M(-1,3); y = x^2 - 2x$$

Вариант 9

$$M(1,-1); y = x^2 - 2x$$

Вариант 5

$$M(-2,8); y = x^2 - 2x$$

Вариант 10

$$M(2,0); y = x^2 - 2x$$

Задача 2. Найти неопределенный интеграл

Вариант 1	Вариант 6
------------------	------------------

$\int x \cdot \operatorname{arctg} 2x dx$	$\int \ln(3x+2) dx$
Вариант 2 $\int x \cdot \ln 3x dx$	Вариант 7 $\int x \cdot e^{2x-1} dx$
Вариант 3 $\int x^2 e^{-x} dx$	Вариант 8 $\int (x+2) \cdot \cos 3x dx$
Вариант 4 $\int \cos^3 2x dx$	Вариант 9 $\int \frac{xdx}{x^2 + 3x - 4}$
Вариант 5 $\int \ln^2 2x dx$	Вариант 10 $\int \sin^3 3x dx$

Задача 3. В одном сосуде находятся B_1 белых и $Ч_1$ черных шаров. Во втором – B_2 белых и $Ч_2$ черных. Бросают два кубика. Если сумма очков, выпавших на верхних гранях, меньше 10, берут шар из первого сосуда, если больше или равна 10 – из второго.

Вариант		
1	$B_1=7; Ч_1=6;$ $B_2=5; Ч_2=9$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
2	$B_1=7; Ч_1=5;$ $B_2=6; Ч_2=9$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
3	$B_1=6; Ч_1=5;$ $B_2=7; Ч_2=9$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
4	$B_1=7; Ч_1=5;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
5	$B_1=5; Ч_1=6;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
6	$B_1=5; Ч_1=9;$ $B_2=7; Ч_2=6$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
7	$B_1=5; Ч_1=7;$ $B_2=6; Ч_2=9$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
8	$B_1=5; Ч_1=7;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
9	$B_1=4; Ч_1=8;$ $B_2=9; Ч_2=6$	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
10	$B_1=8; Ч_1=4;$ $B_2=6; Ч_2=9$	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Формируемые компетенции с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование Компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК -5	Способен использовать в профессиональной деятельности информационно-коммуникационные технологии, государственные и муниципальные информационные системы; применять технологии электронного правительства и предоставления государственных (муниципальных) услуг	ОПК -5.1	Способность использовать в профессиональной деятельности информационно-коммуникационные технологии при решении математически формализованных задач, анализа полученных результатов.

Вопросы к экзамену

1. Высказывания и основные операции над ними.
2. Множества и основные операции над ними.
3. Кортежи. Прямое произведение множеств.
4. Бинарные отношения.
5. Отображения. Основные определения.
6. Виды отображений.
7. Виды матриц. Геометрическая интерпретация векторов.
8. Умножение матриц.
9. Определители матриц второго и третьего порядка.
10. Обратная матрица и ее нахождение.
11. Свойства определителей.
12. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Их использование при нахождении определителей.
13. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
14. Условие Кронекера-Капелли совместимости системы линейных алгебраических уравнений.
15. Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричном виде.
16. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
17. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений.

18. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
19. Линейное пространство.
20. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
21. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
22. Линейные преобразования. Свойства.
23. Нахождение матрицы линейного преобразования.
24. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
25. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
26. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Основные свойства функций.
27. Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
28. Предел функции в бесконечности и в точке.
29. Непрерывность функции действительной переменной в точке и на отрезке.
30. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
31. Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала.
32. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа.
33. Точки экстремума. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
34. Выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие перегиба функции.
35. Нахождение асимптот функции.
36. Уравнения касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
37. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
38. Свойства неопределенного интеграла.
39. Понятие определенного интеграла. Свойства и геометрическая интерпретация определенного интеграла.
40. Формула Ньютона-Лейбница.
41. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.
42. Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.
43. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
44. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
45. Основные понятия теории вероятностей. Пространство элементарных событий.
46. Основные формулы для вычисления вероятностей.
47. Независимые и зависимые события. Условная вероятность.
48. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.
49. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
50. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины.
51. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

Примерные задачи к экзамену

Задача 1. Найти максимальное число линейно независимых строк матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Найти общее решение системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4 \end{cases}$$

Задача 3. Найти интеграл: $\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2} dx$.

Задача 4. Найти интеграл: $\int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$.

Задача 5. Записать систему линейных уравнений в матричном виде и решить ее как матричное уравнение:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Задача 6. Найти интеграл: $\int_1^e x \ln x dx$.

Задача 7. Найти интеграл: $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$.

Задача 8. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$$

Задача 9. Найти производную функции и вычислить ее значение при $x_0 = \frac{\pi}{2}$:

$$y = \sin x \cdot e^{\cos x}.$$

Задача 10. Найти производную функции: $y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)$.

Задача 11. Найти дифференциал второго порядка функции $y = \frac{1}{12} \ln \frac{x-6}{x+2}$.

Шкала оценивания

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы: 40% из 100% (или 40 баллов из 100) - вклад в итоговую оценку по результатам промежуточной аттестации.

При оценивании ответа обучающегося в ходе промежуточной аттестации можно опираться на следующие критерии:

Баллы	Критерий оценки
76-100	Обучающийся показывает высокий уровень компетентности, знания программного материала, учебной, периодической и монографической литературы, законодательства и практики его применения, раскрывает не только основные понятия, но и анализирует их с точки зрения различных авторов. Обучающийся показывает не только высокий уровень теоретических знаний, но и видит междисциплинарные связи. Профессионально, грамотно, последовательно, хорошим языком четко излагает материал, аргументированно формулирует выводы. Знает в рамках требований к направлению и профилю подготовки законодательно-нормативную и практическую базу. На вопросы отвечает кратко, аргументировано, уверенно, по существу.
66-75	Обучающийся показывает достаточный уровень компетентности, знания материалов занятий, учебной и методической литературы, законодательства и практики его применения. Уверенно и профессионально, грамотным языком, ясно, четко и понятно излагает состояние и суть вопроса. Знает нормативно-законодательную и практическую базу, но при ответе допускает несущественные погрешности. Обучающийся показывает достаточный уровень профессиональных знаний, свободно оперирует понятиями, методами оценки принятия решений, имеет представление: о междисциплинарных связях, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин, умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, привлекается информативный и иллюстрированный материал, но при ответе допускает некоторые погрешности. Вопросы не вызывают существенных затруднений.
51-65	Обучающийся показывает достаточные знания материалов занятий, но при ответе отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. На поставленные членами комиссии вопросы отвечает неуверенно, допускает погрешности. Обучающийся владеет практическими навыками, привлекает иллюстративный материал, но чувствует себя неуверенно при анализе междисциплинарных связей. В ответе не всегда присутствует логика, аргументы привлекаются недостаточно веские. На поставленные вопросы затрудняется с ответами, показывает недостаточно глубокие знания.
0-50	Обучающийся показывает слабые знания материалов занятий, учебной литературы, законодательства и практики его применения, низкий уровень компетентности, неуверенное изложение вопроса. Обучающийся показывает слабый уровень профессиональных знаний, затрудняется при анализе практических ситуаций. Не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на вопросы или затрудняется с ответом.

Шкала перевода из многобалльной системы в традиционную:

- обучающемуся выставляется оценка «неудовлетворительно», если обучающийся набрал менее 50 баллов,

- оценка «удовлетворительно» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 50 до 65 баллов;

- обучающемуся выставляется оценка «хорошо», если обучающийся набрал от 66 до 75 баллов;

- оценка «отлично» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 76 до 100 баллов.

Отлично/зачтено выставляется при условии выполнения всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении находить оригинальные, не содержащиеся в учебниках ответы, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

Хорошо/зачтено выставляется при условии выполнения практически всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

Удовлетворительно/зачтено выставляется при условии выполнения не менее 50% всех требований, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу.

Неудовлетворительно/ не зачтено выставляется при условии выполнения менее 50% всех требований.

Экзамен для заочной формы обучения проводится в виде компьютерного тестирования.

Типовые тестовые задания для подготовки к экзамену

Укажите один правильный вариант ответа

1. Укажите множество четных чисел, удовлетворяющих неравенству $2 < x < 10$

{2; 4; 6; 8; 10}

* {4; 6; 8}

{3; 5; 7; 9}

(2; 10)

Укажите один правильный вариант ответа

2. В группе 90 туристов. 60 из них знают английский, 44 – французский, 23 – знают оба языка. Укажите, сколько туристов в группе не знают ни английского, ни французского языков _____.

*9

*девять

Укажите один правильный вариант ответа

3. Укажите способы задания функций

*аналитический

эмпирический

*графический

*табличный

Полный перечень тестовых заданий для подготовки к экзамену находится на кафедре Информатики и математики в УМК-Д.

4.4. Методические материалы

Устный опрос является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного ответа: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций проводятся в соответствии с Уставом Академии (утв. Постановлением Правительства Российской Федерации от 12.05.2012 г. N 473), Положением о текущем контроле успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации обучающихся в РАНХиГС (утв. Приказом ректора от 30.01.2018 г. № 02-66), Порядке организации и проведения практики обучающихся, осваивающих образовательные программы высшего образования (утв. Приказом ректора от 22.01.2018 г. №02-28).

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации по освоению лекционного материала

Лекция является для обучающегося важной формой теоретического освоения конкретной темы или вопроса дисциплины. На лекциях обучающиеся даются определения математических понятий, их свойства, формулировки и, при необходимости, доказательства основных теорем. Для лучшего усвоения математические понятия и утверждения иллюстрируются примерами. по конкретным темам изучаемой дисциплины, во многом дополняющие учебники и учебные пособия, а иногда даже их заменяющие.

Важной составляющей лекций является изложение методов решения математических задач и примеры их использования. Усвоение этих методов является необходимым этапом подготовки к практическим занятиям. При непонятности отдельных положений лекций следует воспользоваться предложениями лектора задать вопросы.

При проработке лекционного материала следует иметь в виду, что в лекциях раскрываются наиболее значимые положения и утверждения дисциплины, комплексное формирование необходимых компетенций происходит в ходе практических занятий и самостоятельной работы над учебным материалом.

Методические указания по подготовке к практическим занятиям

Для успешного усвоения дисциплины обучающийся должен систематически готовиться к практическим занятиям. Для этого необходимо:

1. Познакомиться с планом занятия;
2. Изучить соответствующие вопросы в конспекте лекций;
3. Решить задачи, вынесенные на практические занятия е;

4. Систематически выполнять задания, предлагаемые для выполнения во внеаудиторное время.

В ходе семинарских занятий студенты под руководством преподавателя решают предусмотренные планом занятия задачи и отвечают другим студентам на возникшие у них вопросы. Продолжительность подготовки к семинарскому занятию должна составлять не менее того объема, что определено тематическим планированием в рабочей программе.

Подготовка к семинарским занятиям должна носить систематический характер. Это позволит обучающемуся в полном объеме выполнить все требования программы. Для получения более глубоких знаний обучающимся рекомендуется изучать как основную, так и дополнительную литературу, а также знакомиться с источниками в Интернет (список приведен в рабочей программе по дисциплине).

Методические указания по выполнению контрольного домашнего задания

Контрольное домашнее задание является самостоятельной практической работой студента, призванной определить степень освоения им знаний и навыков, полученных им в процессе изучения дисциплины.

Контрольное домашнее задание состоит из 8 задач.

По выданному преподавателем номеру варианта задания с помощью таблицы вариантов, приведенной на следующей странице, определяются номера вариантов входящих в задание задач.

Пример титульного листа задания приведен в приложении. Каждая задача выполняется на отдельном листе формата А4, которые скрепляются скрепкой или помещаются в файл. Если при проверке задачи преподавателем обнаружены ошибки, то они исправляются на том же или следующем листе.

Контрольное домашнее задание оценивается «зачтено» или «незачтено» с соответствующим количеством баллов

Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Наряду с прослушиванием лекций и участием в обсуждении проблем на практических занятиях, учебный план предусматривает затрату обучающимися, как правило, большего числа часов для самостоятельной работы.

Эта работа складывается из изучения литературы, в том числе в связи с подготовкой к практическим занятиям, выполнения других заданий преподавателя.

Основным элементом этой работы является изучение основных разделов дисциплины, содержащейся в программе по этой дисциплине, с использованием записей лекций преподавателя, ведущего курс, и рекомендуемой программой (а в ряде случаев и дополнительно преподавателем) литературы – учебников и учебных пособий, монографий и статей по отдельным проблемам данной науки.

Приступая к изучению той или иной темы, выделяемой по предметно-систематизированному принципу, нужно по отдельности и последовательно рассмотреть каждую из частей, из которых состоит тема. При изучении курса, обучающиеся должны уметь пользоваться и научной литературой для самостоятельной подготовки к занятиям. Обучающиеся также должны научиться, используя различные научные источники, гра-

можно сформировать и подготовить свое научно обоснованное и логически непротиворечивое выступление на практическом занятии, анализировать конкретные факты общественной жизни, осуществлять прогноз относительно возможного направления анализа экономических процессов, формулировать и обосновывать свое мнение.

Без ясного понимания основных понятий образовательный процесс усложняется. Для повышения эффективности обучения необходимо использовать существующие терминологические справочники и толковые словари.

Для обучающихся заочной формы обучения с частичным применением ЭО, ДОТ разработаны «Методические рекомендации по освоению дисциплины «Высшая математика» студентами заочной формы обучения с применением ЭО, ДОТ», которые размещены на сайте Сибирского института управления – филиала РАНХиГС <http://siu.ranepa.ru/sveden/education/>.

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
2. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение.
3. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
4. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
5. Преобразование координат при переходе к новому базису
6. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
7. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
8. Производная функции и дифференциал.
9. Основные правила дифференцирования.
10. Производная сложной и обратной функций.
11. Производные неявной и параметрически заданной функции.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/под. редакцией Н.Ш. Кремера. – 5 –е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2014.- 909с.
2. Кремер Н.Ш.. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2010.
3. Чирский В.Г., Шилин К.Ю., Математический анализ и инструментальные методы решения задач, кн. 1,2. – Москва: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2019.
4. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета. М. : Издательство Юрайт, 2019. - режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/book/vyshshaya-matematika-425158>

6.2. Дополнительная литература

1. Высшая математика для экономистов: учебник. – М.: Юнити-Дана, 2012.
2. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермакова. М.:ИНФРА-М, 2003.
3. Теория вероятностей и математическая статистика. В.Е. Гмурман. – М., 2014.
4. Учебно-методическое пособие по математике. Математическая логика. Дискретная математика. Линейная алгебра / Под ред. А.Н. Данчула. М.: Изд-во РАГС, 2004.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу: Учебное пособие. В 3 т. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.
2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. В.Е. Гмурман. – М., 2013.
3. Шагин В. Л., Соколов А. В. Математический анализ. Базовые понятия: учебное пособие для прикладного бакалавриата. М. : Издательство Юрайт, 2019

6.4. Интернет-ресурсы, справочные системы

1. <http://www.mathelp.spb.ru/ma.htm> Высшая математика
2. http://window.edu.ru/library?p_rubr=2.1 Единое окно доступа к образовательным ресурсам
3. <http://www.i-exam.ru/> Единый портал интернет-тестирования в сфере образования
1. <http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/> – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент)
2. <http://www.nlr.ru/> – Российская национальная библиотека
3. <https://нэб.пф/> – Национальная электронная библиотека

6.5. Нормативные правовые документы

1. Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (принят Государственной Думой 8.07.2006) № 149-ФЗ// «Российская газета» от 29.07.2006, № 165.
2. Распоряжение правительства России от 24 декабря 2013 года № 2506-р о концепции развития математического образования в Российской Федерации. //»Собрание законодательства РФ, 13.01.2014, № 2 (часть I) ст. 148.
3. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

6.6. Иные источники

1. Основы математического анализа. Г.М. Фихтенгольц. Т.1.-Лань.-Спб.-2008.-461с.,Т.2.-Лань 2015.-Спб.-448с.
2. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.. Б.П.Демидович.-Астрель.-М.:2003.-559 с.
3. Математика. Интерактивный обучающий курс - <http://math.immf.ru/>

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа - экран, компьютер с подключением к локальной сети института, и выходом в Интернет, звуковой усилитель, антиподаватель, мультимедийный проектор, столы аудиторные, стулья, трибуна настольная, доска аудиторная.

Учебные аудитории для проведения занятий практического типа - столы аудиторные, стулья, трибуна, доска аудиторная, компьютер с выходом в Интернет, мультимедийный проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся - компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет, столы аудиторные, стулья, доски аудиторные.

Центр интернет-ресурсов - компьютеры с выходом в Интернет, автоматизированную библиотечную информационную систему и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Университетская Информационная Система РОССИЯ», «Электронная библиотека диссертаций РГБ», «Научная электронная библиотека eLIBRARY», «EBSCO», «SAGE Premier». Система федеральных образовательных порталов «Экономика. Социология. Менеджмент», «Юридическая Россия», Сервер органов государственной власти РФ, Сайт Сибирского Федерального округа и др. Справочные правовые системы «Гарант», «КонсультантПлюс», «КонсультантПлюс-Регион».

Библиотека - компьютеры с подключением к локальной сети филиала и Интернет, Wi-Fi, столы аудиторные, стулья.

Видеостудия для вебинаров - оборудованные компьютерами с выходом в Интернет, оснащенные веб-камерами и гарнитурами (наушники+микрофон), столами и стульями. Используемое программное обеспечение - MS Word, MS Excel, Acrobat Reader, MS Power Point (или иной редактор презентаций); интернет-браузеры Google Chrome, Yandex, Internet Explorer; программы просмотра видео (MS Media Player, и другие совместимые с ПО); iSpring Free Cam8.

Материалы дисциплины «Высшая математика» размещены на портале Сибирского института управления – филиала РАНХиГС, в СДО «Академия».