

Сибирский институт управления – филиал РАНХиГС

Факультет экономики и финансов

Кафедра информатики и математики

УТВЕРЖДЕНА

кафедрой информатики и математики

Протокол от «15» июня 2020 г. № 9

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ДИСЦИПЛИНЫ**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ**

Б1.В.01

краткое наименование дисциплины – не устанавливается

по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

направленность (профиль): «Государственные и муниципальные финансы»

квалификация: Бакалавр

формы обучения: очная, очно-заочная, заочная

Год набора - 2021

Новосибирск, 2020

Автор–составитель:

старший преподаватель кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»
РАНХиГС Чабан А.Н.

(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой информатики и математики СИУ – филиала РАНХиГС, кандидат физико-математических наук, доцент Е.А. Рапоцевич

Содержание

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы..... | 4 |
| 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО..... | 4 |
| 3. Содержание и структура дисциплины..... | 5 |
| 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине..... | 8 |
| 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины..... | 18 |
| 6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине..... | 19 |
| 6.1. Основная литература..... | 19 |
| 6.2. Дополнительная литература..... | 20 |
| 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы..... | 20 |
| 6.4. Нормативные правовые документы..... | 20 |
| 6.5. Интернет-ресурсы..... | 20 |
| 6.6. Иные источники..... | 20 |
| 7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы..... | 20 |

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПКр ОС II – 1 | Способность использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач | ПКр ОС II – 1.1 | Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов |

1.2. Использование трудовых функций обязательно только для профессиональных компетенций, установленных самостоятельно.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Дисциплина Б1. В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» составляет 2 зачетные единицы, т.е. 72 академических часа.

На контактную работу с преподавателем выделено 32 часа, из них 16 часов лекций и 16 часов практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 36 часов для очной ф/о; на контактную работу с преподавателем выделено 8 часов, из них 4 часа лекций и 4 часа практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 60 часов для заочной ф/о.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» изучается на 1 курсе, во 2 семестре для студентов очной, заочной ф/о.

Освоение дисциплины Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, полученных в ходе изучения дисциплин Б1.О.03 «Математический анализ», Б1.О.04 «Алгебра», а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных учреждениях.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом зачет.

3. Содержание и структура дисциплины Очная форма обучения

| № п/п | Наименование тем (разделов) | Объем дисциплины, ак. час./ час. | | | | | Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации** | |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|----|-----------|----------|-------------------------------------------------------------------|---------------|
| | | Всего | Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий | | | | | СР |
| | | | Л | ЛР | ПЗ | КСР | | |
| Тема 1 | Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 2 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 3 | Системы линейных дифференциальных уравнений. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 4 | Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | 10 | 2 | | 2 | | 6 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 5 | Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 6 | Линейные разностные уравнения второго порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 7 | Системы линейных разностных уравнений. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 8 | Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений. | 10 | 2 | | 2 | | 6 | <i>К, Кол</i> |
| Промежуточная аттестация | | 4 | | | | 4 | | <i>За</i> |
| Всего: | | 72 | 16 | | 16 | 4 | 36 | |

Заочная форма обучения

| 8 | Наименование тем (разделов) | Объем дисциплины, ак. час./ час. | | | | | Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации** | |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|----|----|-----|-------------------------------------------------------------------|---------------|
| | | Всего | Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий | | | | | СР |
| | | | Л | ЛР | ПЗ | КСР | | |
| Тема 1 | Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | - | | 6 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 2 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 10 | 2 | | - | | 8 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 3 | Системы линейных дифференциальных уравнений. | 10 | - | | 2 | | 8 | <i>К, Кол</i> |

| | | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------|--|----------|----------|-----------|---------------|
| Тема 4 | Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | 10 | - | | 2 | | 8 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 5 | Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка. | 8 | - | | - | | 8 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 6 | Линейные разностные уравнения второго порядка. | 8 | - | | - | | 8 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 7 | Системы линейных разностных уравнений. | 8 | - | | - | | 8 | <i>К, Кол</i> |
| Тема 8 | Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений. | 6 | - | | - | | 6 | <i>К, Кол</i> |
| Промежуточная аттестация | | 4 | | | | 4 | | <i>За</i> |
| Всего: | | 72 | 4 | | 4 | 4 | 60 | |

* – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).

** - формы промежуточной аттестации: зачет (За).

Содержание дисциплины

Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме). Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах). Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.

Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений). Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Структура общего решения линейной неоднородной систе-

мы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.

Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.

Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой). Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка.

Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

Тема 7. Системы линейных разностных уравнений.

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия). Решение подстановкой. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.

Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Текущий контроль успеваемости

4.1.1. Формы текущего контроля успеваемости

| Тема (раздел) | Методы текущего контроля успеваемости |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | Контрольная работа №1 Коллоквиум №1 |
| Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | Контрольная работа №1 Коллоквиум №1 |
| Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений. | Контрольная работа №1 Коллоквиум №1 |
| Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | Контрольная работа №1 Коллоквиум №1 |
| Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка | Контрольная работа №2 Коллоквиум №2 |
| Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка. | Контрольная работа №2 Коллоквиум №2 |
| Тема 7. Системы линейных разностных уравнений. | Контрольная работа №2 Коллоквиум №2 |
| Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений | Контрольная работа №2 Коллоквиум №2 |

4.1.2. Материалы текущего контроля успеваемости

Типовые оценочные материалы по теме 1 «Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$
2. Найти общее решение: $\frac{x^2 + y^2}{xy} = y'$
3. Найти общее решение: $(4x^3 + 6xy^2)dx + (6x^2y + e^y)dy = 0$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
2. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
3. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

Типовые оценочные материалы по теме 2 «Линейные дифференциальные уравнения второго порядка»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти общее решение: $y''' + 5y'' + 4y' = 0$
2. Найти общее решение: $y'' - 2y' = 2x - 8$
3. Найти общее решение: $y'' + 4y' + 5y = 40 \cos 3x$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.
2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
3. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

Типовые оценочные материалы по теме 3 «Системы линейных дифференциальных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Методом исключения найти общее решение системы ($y = y(x), z = z(x)$):

$$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы:
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + z, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).

2. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

3. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Типовые оценочные материалы по теме 4 «Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость:
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x^3 \end{cases}$$

2. Определить тип особой точки и нарисовать траекторию на плоскости (x, y):

$$\begin{cases} \dot{x} = y + x - 4 \\ \dot{y} = 3y - x \end{cases}$$

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение:

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - \cos 3x \\ \dot{y} = \sqrt{4+8x} - 2e^y \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

2. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

3. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

Типовые оценочные материалы по теме 5 «Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить разностное линейное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) = \frac{k+2}{k+1}y(k) + \frac{2}{k+3}$$

2. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

2. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

Типовые оценочные материалы по теме 6 «Линейные разностные уравнения второго порядка»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейное однородное разностное стационарное уравнение второго порядка:

$$y(k+2) + y(k+1) - 2y(k) = 0$$

2. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение

второго порядка: $y(k+2) - y(k) = \cos k$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

Типовые оценочные материалы по теме 7 «Системы линейных разностных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейную однородную стационарную систему разностных уравнений второго

порядка:
$$\begin{cases} x(k+1) = -6x(k) + 8y(k), \\ y(k+1) = -4x(k) + 6y(k). \end{cases}$$

2. Решить линейную неоднородную стационарную систему разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -2x(k) - y(k) + 7k - 1, \\ y(k+1) = -4x(k) - 5y(k) + 2. \end{cases}$$

3. Найти решение разностной задачи Коши:
$$\begin{cases} x(k+1) = 3x(k) + y(k) + 2k + 2, \\ y(k+1) = 2x(k) + 4y(k) + 2k + 1, \\ x(0) = y(0) = 0. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
2. Решение подстановкой.
3. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
4. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

Типовые оценочные материалы по теме 8 «Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Исследовать устойчивость положений равновесия нелинейных систем разностных

уравнений:
$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) - 4y(k) + 2x(k)y(k) - 8, \\ y(k+1) = y(k) + 4y^2(k) - x^2(k). \end{cases}$$

2. Исследовать ограниченность решений системы разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -\frac{1}{2}y(k) + \cos k, \\ y(k+1) = y(k) + y(k) + \sin k. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
2. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

4.2. Промежуточная аттестация

4.2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПКр ОС II – 1 | Способность использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач | ПКр ОС II –1.1 | Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов |

| Этап освоения компетенции | Показатель оценивания | Критерий оценивания | |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПКр ОС II – 1.1 | Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов | Способен применять дифференциальные уравнения как инструмент математического описания естественнонаучной картины мира, классифицировать дифференциальные уравнения и выбирать методы их решения. | Классифицирует дифференциальные уравнения и применяет необходимые методы для их решения; способен построить и решить математические модели экономической природы посредством дифференциальных уравнений |

4.2.2. Форма и средства (методы) проведения промежуточной аттестации

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины является зачет в письменной форме.

Ответственным этапом учебного процесса является сдача промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется по всем изучаемым предметам получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на экзамен вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по предмету следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

4.2.3. Типовые оценочные средства

Список вопросов для подготовки к зачету

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.
2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
4. Линейное уравнение первого порядка.
5. Метод вариации постоянной.
6. Уравнение Бернулли.
7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).
8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.
10. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
11. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
12. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.
13. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).
14. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
15. Структура общего решения линейной неоднородной системы.
16. Вариация постоянных.
17. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами..
18. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).
19. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.
20. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
21. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

22. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

23. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

24. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

25. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

26. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

27. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).

28. Решение подстановкой.

29. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

30. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

31. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

32. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.

33. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

Примерные варианты билетов к зачету

Экзаменационный билет №1

по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

2. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

4. Решить разностное линейное уравнение первого порядка: $y(k+1) = \frac{k+2}{k+1}y(k) + \frac{2}{k+3}$

Экзаменационный билет №2

по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. . Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
3. Методом исключения найти общее решение системы $(y = y(x), z = z(x))$:
- $$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$
4. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:
- $$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

Шкала оценивания

| Критерии оценивания | Оценка |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| Демонстрирует знание материала, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования дифференциальных уравнений в целях описания экономических явлений и процессов. | Зачет (51-100 баллов) |
| Демонстрирует не знание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет выбирать и использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов. | Не зачет (0-50 баллов) |

4.3. Методические материалы

Процедура проведения зачета

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

Во время аттестационных испытаний в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

При проведении письменного зачета билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении письменного зачета экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается на проверку экзаменатору.

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания зачета и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на зачет.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по выполнению контрольных работ:

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Методические указания по подготовке к коллоквиуму:

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму обучающемуся отводится 2-3 недели.

При подготовке к коллоквиуму следует:

- 1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума.;

2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;

3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

Самоподготовка к практическим занятиям

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) тщательно изучить лекционный материал;
- 4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;
- 5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126716>
2. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/52071.html>

3. Романко, В.К. Разностные уравнения : учебное пособие / В.К. Романко. — 3-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 115 с. — ISBN 978-5-9963-2661-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70755>

6.2. Дополнительная литература.

1. А. Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник: допущено М-вом образования РФ для студентов, обуч. по физико-математическим направлениям и специальностям М.: КомКнига, 2007
2. А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Не предусмотрено.

6.4. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрено.

6.5. Интернет-ресурсы.

Не предусмотрено.

6.6. Иные источники.

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа, учебник, М. :ФИЗМАТЛИТ, 2002.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. М.: Дело, 2010.
3. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2011.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2011.
5. Курс дифференциальных уравнений. Степанов В.В. «Наука». - М.-2004
6. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. А.Ф. Филиппов. URSS.-М.:200
7. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 280 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/413994>

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для изучения учебной дисциплины необходимо наличие аудиторий, оснащенных мультимедийным оборудованием и компьютерных классов с выходом в Интернет, доступ к правовой системе «Консультант Плюс».

Работа выполняется с использованием текстового редактора MS WORD, MS EXCEL – для таблиц, диаграмм, финансовых и математических функций и т.д., MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций.

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы | Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы |
|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Учебная аудитория для проведения учебных занятий (занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций)</i> | учебная мебель (столы и стулья – рабочие места обучающихся и преподавателя); доска меловая магнитная; экран; персональный компьютер; колонки; проектор; микшер; веб-камера; выход в Интернет. |
| <i>Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа</i> | учебная мебель (столы и стулья – рабочие места обучающихся и преподавателя); доска меловая магнитная; техническими средствами (аудио, видео и мультимедийные средства); персональный компьютер; проектор; экран; веб-камера; телевизор; выход в Интернет. |
| <i>Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Информационно-ресурсный центр - Библиотека</i> | Компьютерный класс самоподготовки: учебная мебель, компьютерная техника с возможностью подключения к сети Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду: компьютер; телевизор; программа 1С; выход в Интернет. Информационно-ресурсный центр - Библиотека: компьютеры с подключением к локальной сети филиала и Интернет, Wi-Fi, столы аудиторные, стулья, Wi-Fi, автоматизированную библиотечную информационную систему и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Университетская Информационная Система РОССИЯ», «Электронная библиотека диссертаций РГБ», «Научная электронная библиотека eLIBRARY», «EBSCO», «SAGE Premier». Система федеральных образовательных порталов «Экономика. Социология. Менеджмент», «Юридическая Россия», Сервер органов государственной власти РФ, Сайт Сибирского Федерального округа и др. |
| <i>Кафедры</i> | Компьютеры с выходом в Интернет, в т.ч. оснащенные веб-камерой, гарнитурой (наушники + микрофон), столы, стулья, кресла офисные, принтер, шкафы. |
| <i>Компьютерный класс для преподавателей</i> | Компьютеры с выходом в Интернет и в локальную сеть, лазерный принтер, сканеры, столы аудиторные, стулья, доска аудиторная |

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. www.biblio-online.ru – Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт;
2. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Iprbooks»
3. <https://e.lanbook.com> - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань».
4. <http://elibrary.ru/> - Научная электронная библиотека Elibrary.ru.
5. <https://new.znanium.com> Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znanium.com».
6. <https://dlib.eastview.com> – Информационный сервис «East View».
7. <https://www.jstor.org> - Jstor. Полные тексты научных журналов и книг зарубежных издательств.
8. <https://elibrary.worldbank.org> - Электронная библиотека Всемирного Банка.
9. <https://link.springer.com> - Полнотекстовые политематические базы академических журналов и книг издательства Springer.
10. <https://ebookcentral.proquest.com> - Ebook Central. Полные тексты книг зарубежных научных издательств.
11. <https://www.oxfordhandbooks.com> - Доступ к полным текстам справочников Handbooks издательства Oxford по предметным областям: экономика и финансы, право, бизнес и управление.

12. <https://journals.sagepub.com> - Полнотекстовая база научных журналов академического издательства Sage.
13. Справочно-правовая система «Консультант».
14. Электронный периодический справочник «Гарант».