

Сибирский институт управления – филиал РАНХиГС

Кафедра информатики и математики

УТВЕРЖДЕНА

кафедрой информатики и математики

Протокол от «24» сентября 2021 г. № 2

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДИСЦИПЛИНЫ**

**адаптированная для обучающихся инвалидов и обучающихся с  
ограниченными возможностями здоровья**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ**

Б1.В.01

краткое наименование дисциплины – не устанавливается

по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

направленность (профиль): «Финансы и кредит»

квалификация: Бакалавр

формы обучения: очная, очно-заочная, заочная

Год набора - 2021

Новосибирск, 2021

**Автор–составитель:**

старший преподаватель кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» РАНХиГС Чабан А.Н.

кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики и математики СИУ – филиала РАНХиГС Е.А. Рапоцевич

канд. экон. наук, доцент, заведующий кафедрой финансов и кредита СИУ – филиала РАНХиГС Гоманова Т.К.

**Заведующий кафедрой**

информатики и математики СИУ – филиала РАНХиГС, кандидат физико-математических наук, доцент Е.А. Рапоцевич

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения адаптированной программы .....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре АОП ВО.....	4
3. Содержание и структура дисциплины .....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине .....	9
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	19
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	20
6.1. Основная литература.....	21
6.2. Дополнительная литература.....	21
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	21
6.4. Нормативные правовые документы.....	21
6.5. Интернет-ресурсы.....	21
6.6. Иные источники.....	21
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	22

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения адаптированной программы

1.1. Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Таблица 1

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКр ОС II – 1	Способен использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач	ПКр ОС II –1.1	Способен использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов
		ПКр ОС II –1.2	Способен применять методы математического моделирования посредством дифференциальных уравнений для описания экономических законов

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Таблица 2

ОТФ/ТФ/трудо­вые /профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ПКр ОС II –1.1	<i>на уровне знаний:</i> теоретические основы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и линейных разностных уравнений (ЛРУ); <i>на уровне умений:</i> решение прикладных задач с использованием ОДУ и ЛРУ; <i>на уровне навыков:</i> основные методы решения дифференциальных уравнений.
	ПКр ОС II –1.2	<i>на уровне знаний:</i> теория дифференциальных уравнений; <i>на уровне умений:</i> классификация дифференциальных уравнений и применение необходимых методов для решения этих уравнений; <i>на уровне навыков:</i> решение обыкновенных дифференциальных и разностных линейных уравнений.

## 2. Объем и место дисциплины в структуре АОП ВО

### Объем дисциплины

Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» составляет 2 зачетные единицы, т.е. 72 академических часа.

На контактную работу с преподавателем выделено 32 часа, из них 16 часов лекций и 16 часов практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 40 часов

для очной ф/о.

На контактную работу с преподавателем выделено 24 часа, из них 8 часов лекций и 16 часов практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 48 часов для очно-заочной ф/о.

На контактную работу с преподавателем выделено 12 часов, из них 6 часов лекций и 6 часов практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 56 часов для заочной ф/о.

### Место дисциплины в структуре АОП ВО

Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» изучается на 1 курсе, во 2 семестре для студентов очной, очно-заочной и заочной ф/о.

Освоение дисциплины Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, полученных в ходе изучения дисциплин Б1.О.02 «Математический анализ», Б1.О.03 «Алгебра», а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных учреждениях.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом зачет.

### 3. Содержание и структура дисциплины Очная форма обучения

Таблица 3.1

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.					СР	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	10	2		2		6	К, Кол
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений.	8	2		2		4	К, Кол

Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	14	2	2		10	К, Кол
Промежуточная аттестация							3а
Всего:		72	16	16		40	

**Очно-заочная форма обучения**

Таблица 3.2

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.					Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**	
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					СР
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.	8	2		2		4	К, Кол
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	8	-		2		6	К, Кол
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений.	10	2		2		6	К, Кол
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	10	2		2		6	К, Кол
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.	8	-		2		6	К, Кол
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка.	8	-		2		6	К, Кол
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений.	8	-		2		6	К, Кол
Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	12	2		2		8	К, Кол
Промежуточная аттестация								3а
Всего:		72	8		16		48	

**Заочная форма обучения**

Таблица 3.3

8	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.					Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**	
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					СР
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		

Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.	8	2	-	6	К, Кол
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	10	2	-	8	К, Кол
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений.	8	-	2	6	К, Кол
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	10	-	2	8	К, Кол
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.	10	2	-	8	К, Кол
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка.	6	-	-	6	К, Кол
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений.	8	-	-	8	К, Кол
Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	8	-	2	6	К, Кол
Промежуточная аттестация		4			4	За
Всего:		<b>72</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>56</b>

\* – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).

\*\* - формы промежуточной аттестации: зачет (За).

О - опрос, Кол – коллоквиум, собеседование, Дис - дискуссия	Для лиц с нарушениями зрения: Опрос, коллоквиум, собеседование, дискуссия устно Для лиц с нарушениями слуха: Опрос, коллоквиум, собеседование, дискуссия письменно Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Опрос устный/ письменный
Т - тестирование	Для лиц с нарушениями зрения: Тестирование Для лиц с нарушениями слуха: Тестирование Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Тестирование
РЗ-решение задач, кейс, ситуационная задача, КР – контрольная работа	Для лиц с нарушениями зрения: Устное решение задач Для лиц с нарушениями слуха: Письменное решение задач Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Письменное/ устное решение задач
ПЗ практическое за-	Для лиц с нарушениями зрения: Устные практические задания

дание ПОЗ - практико-ориентированные задания, ПКР - практическая контрольная работа, СР – самостоятельная работа	Для лиц с нарушениями слуха: Письменные практические задания Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Письменные практические задания
Д – доклад Реф – реферат, глоссарий терминов, Э – эссе, презентация	Для лиц с нарушениями зрения: Доклад, реферат, глоссарий, эссе Для лиц с нарушениями слуха: Доклад, реферат, глоссарий, эссе Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Доклад, реферат, глоссарий, эссе
Деловая игра, ролевая игра	Для лиц с нарушениями зрения: Деловая игра, ролевая игра Для лиц с нарушениями слуха: Деловая игра, ролевая игра Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Деловая игра, ролевая игра

### Содержание дисциплины

#### **Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка**

Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме). Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах). Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

#### **Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка**

Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

#### **Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений**

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений). Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

#### **Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений**

Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая



двух неизвестных. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

**Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка**

Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой). Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

**Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка**

Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

**Тема 7. Системы линейных разностных уравнений**

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия). Решение подстановкой. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

**Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений**

Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

**4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

**4.1. Текущий контроль успеваемости**

**4.1.1. Формы текущего контроля успеваемости**

Таблица 4

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 7. Системы линейных разностных уравнений	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2

<b>Методы текущего контроля успеваемости</b>	
Устный ответ на вопросы / коллоквиум Письменный ответ на вопросы / коллоквиум Участие в дискуссии Собеседование	Для лиц с нарушениями зрения: Устный ответ на вопросы Для лиц с нарушениями слуха: Письменный ответ на вопросы Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Устный/письменный ответ на вопросы
Решение тестового задания	Для лиц с нарушениями зрения: Электронное тестирование с использованием специализированного программного обеспечения или с помощью ассистента. Для лиц с нарушениями слуха: Электронное тестирование . Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Электронное тестирование с использованием специализированного программного обеспечения или с помощью ассистента.
Выполнение практического задания, практико-ориентированные задания, практическая контрольная работа, самостоятельная работа, решение задач, кейсов, ситуационных задач	Для лиц с нарушениями зрения: Выполнение практических заданий, заданных преподавателем в устной форме или размещенных в электронном виде в кабинете студента, где используется специализированное программное обеспечение. Для лиц с нарушениями слуха: Выполнение письменных практических заданий, заданных преподавателем в письменной форме, или размещенных в электронном виде в кабинете студента Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Выполнение письменных практических заданий, заданных преподавателем в устной/письменной форме, или размещенных в электронном виде в кабинете студента
Предоставление доклада-презентации, реферата, глоссария терминов, эссе	Для лиц с нарушениями зрения: Предоставление текста в печатном виде, выполненного с помощью ассистента или с использованием специализированных техн. средств и программного обеспечения, выступление с презентацией с помощью ассистента или с использованием специализированных техн. средств и программного обеспечения. Для лиц с нарушениями слуха: Предоставление текста в печатном виде, (возможно выступление с презентацией с помощью сурдопереводчика и/ или специализированных техн. средств и программного обеспечения). Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Предоставление текста в печатном виде, возможно выполненного с помощью ассистента, выступление с презентацией с помощью ассистента и/ или специализированных техн. средств и программного обеспечения.
Деловая игра, ролевая игра	Для лиц с нарушениями зрения: Выполнение заданий игры в устной форме

	Для лиц с нарушениями слуха: Выполнение письменных заданий игры Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: Выполнение заданий в устной/письменной форме
--	--

#### 4.1.2. Материалы текущего контроля успеваемости

Материалы текущего контроля успеваемости предоставляются в формах, адаптированных к конкретным ограничениям здоровья и восприятия информации обучающихся:

для лиц с нарушениями зрения: в устной форме или в форме электронного документа с увеличенным шрифтом с использованием специализированного программного обеспечения.

для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме или в форме электронного документа.

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в устной форме или печатной форме или в форме электронного документа.

При проведении текущего контроля успеваемости обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены СИУ – филиал РАНХиГС или могут использоваться собственные технические средства.

При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа или на выполнение заданий.

#### Типовые оценочные материалы по теме 1 «Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка»

##### Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию:  $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

2. Найти общее решение:  $\frac{x^2 + y^2}{xy} = y'$

3. Найти общее решение:  $(4x^3 + 6xy^2)dx + (6x^2y + e^y)dy = 0$

##### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

2. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).

3. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

#### Типовые оценочные материалы по теме 2 «Линейные дифференциальные уравнения второго порядка»

##### Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти общее решение:  $y''' + 5y'' + 4y' = 0$

2. Найти общее решение:  $y'' - 2y' = 2x - 8$

3. Найти общее решение:  $y'' + 4y' + 5y = 40 \cos 3x$

### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.
2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
3. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

### Типовые оценочные материалы по теме 3 «Системы линейных дифференциальных уравнений»

#### Варианты заданий контрольной работы №1

1. Методом исключения найти общее решение системы ( $y = y(x), z = z(x)$ ):

$$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы: 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + z, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y. \end{cases}$$

#### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).
2. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
3. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

### Типовые оценочные материалы по теме 4 «Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений»

#### Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость: 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x^3 \end{cases}$$
2. Определить тип особой точки и нарисовать траекторию на плоскости  $(x, y)$ : 
$$\begin{cases} \dot{x} = y + x - 4 \\ \dot{y} = 3y - x \end{cases}$$
3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение: 
$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - \cos 3x \\ \dot{y} = \sqrt{4 + 8x} - 2e^y \end{cases}$$

#### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.
2. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
3. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

### Типовые оценочные материалы по теме 5 «Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка»

#### Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить разностное линейное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) = \frac{k+2}{k+1}y(k) + \frac{2}{k+3}$$

2. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

2. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

### Типовые оценочные материалы по теме 6 «Линейные разностные уравнения второго порядка»

#### Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейное однородное разностное стационарное уравнение второго порядка:

$$y(k+2) + y(k+1) - 2y(k) = 0$$

2. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение

$$\text{второго порядка: } y(k+2) - y(k) = \cos k$$

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

### Типовые оценочные материалы по теме 7 «Системы линейных разностных уравнений»

#### Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейную однородную стационарную систему разностных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} x(k+1) = -6x(k) + 8y(k), \\ y(k+1) = -4x(k) + 6y(k). \end{cases}$$

2. Решить линейную неоднородную стационарную систему разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -2x(k) - y(k) + 7k - 1, \\ y(k+1) = -4x(k) - 5y(k) + 2. \end{cases}$$

3. Найти решение разностной задачи Коши:

$$\begin{cases} x(k+1) = 3x(k) + y(k) + 2k + 2, \\ y(k+1) = 2x(k) + 4y(k) + 2k + 1, \\ x(0) = y(0) = 0. \end{cases}$$

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).

2. Решение подстановкой.

3. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

4. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

5. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

### Типовые оценочные материалы по теме 8 «Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений»

### Варианты заданий контрольной работы №2

1. Исследовать устойчивость положений равновесия нелинейных систем разностных

$$\text{уравнений: } \begin{cases} x(k+1) = x(k) - 4y(k) + 2x(k)y(k) - 8, \\ y(k+1) = y(k) + 4y^2(k) - x^2(k). \end{cases}$$

2. Исследовать ограниченность решений системы разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -\frac{1}{2}y(k) + \cos k, \\ y(k+1) = y(k) + y(k) + \sin k. \end{cases}$$

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
2. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

## 4.2. Промежуточная аттестация

### 4.2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Таблица 5

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКр ОС II – 1	Способен использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач	ПКр ОС II –1.1	Способен использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов
		ПКр ОС II –1.2	Способен применять методы математического моделирования посредством дифференциальных уравнений для описания экономических законов

Таблица 6

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПКр ОС II –1.1 Способен использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов	Знает и применяет дифференциальные уравнения как инструмент математического описания естественно-научной картины мира	Классифицирует дифференциальные уравнения и применяет необходимые методы для их решения; строит и решает математические модели экономической природы посредством дифференциальных уравнений
ПКр ОС II –1.2 Способен применять методы математического моделирования	Знает теоретические основы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ); умеет	Применяет методы математического моделирования посредством дифференциальных

посредством дифференциальных уравнений для описания экономических законов	решать прикладные задачи с использованием ОДУ; знает теоретические основы решений линейных разностных уравнений (ЛРУ); умеет решать прикладные задачи с использованием ЛРУ.	уравнений для описания экономических законов, выраженных в виде количественных величин, характеризующих экономическую систему, процесс или явление
---	---	--

#### 4.2.2. Форма и средства (методы) проведения промежуточной аттестации

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины является зачет.

Ответственным этапом учебного процесса является сдача промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется по всем изучаемым предметам получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на экзамен вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по предмету следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

Для обучающихся с нарушением зрения

Зачет проводится в устной (возможно с помощью ассистента или использованием специализированного программного обеспечения) форме по билетам. Содержание билета доводится до обучающегося ассистентом или с использованием специализированного программного обеспечения. Выполнение практических заданий проводится в устной/ письменной форме (возможно с помощью ассистента или использованием специализированного программного обеспечения).

Для обучающихся с нарушением слуха

Зачет проводится в письменной форме по билетам. Выполнение практических заданий проводится в письменной форме.

Для обучающихся с нарушением опорно-двигательного аппарата

Зачет проводится в устной/ письменной (возможно с помощью ассистента или использованием специализированного программного обеспечения) форме по билетам. Выполнение практических заданий проводится в устной/ письменной форме (возможно с помощью ассистента или использованием специализированного программного обеспечения).

Зачет для студентов заочной формы

Для лиц с нарушениями зрения:

Выполнение письменных контрольных заданий, размещенных в электронном виде в СДО, где используется специализированное программное обеспечение. Электронное тестирование с использованием специализированного программного обеспечения или с помощью ассистента.

Для лиц с нарушениями слуха:

Выполнение письменных контрольных заданий, размещенных в электронном виде в СДО. Электронное тестирование

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

Выполнение письменных контрольных заданий, размещенных в электронном виде в СДО. Электронное тестирование с использованием специализированного программного обеспечения или с помощью ассистента.

При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа или на выполнение заданий.

#### **4.2.3. Типовые оценочные средства**

Оценочные средства промежуточной аттестации предоставляется в доступной форме для лиц с нарушениями зрения: в устной форме или в форме электронного документа с увеличенным шрифтом с использованием специализированного программного обеспечения

для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме или в форме электронного документа.

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в устной форме или печатной форме или в форме электронного документа.

#### **Список вопросов для подготовки к зачету**

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.

2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).

4. Линейное уравнение первого порядка.

5. Метод вариации постоянной.

6. Уравнение Бернулли.

7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).

8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.

9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.

10. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

11. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

12. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

13. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).

14. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

15. Структура общего решения линейной неоднородной системы.

16. Вариация постоянных.

17. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

18. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).

19. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

20. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

21. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

22. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного



уравнения подстановкой).

23. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

24. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

25. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

26. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

27. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).

28. Решение подстановкой.

29. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

30. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

31. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

32. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.

33. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

### Примерные варианты билетов к зачету

#### Экзаменационный билет №1

##### по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

2. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию:  $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

4. Решить разностное линейное уравнение первого порядка:  $y(k+1) = \frac{k+2}{k+1}y(k) + \frac{2}{k+3}$

#### Экзаменационный билет №2

##### по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

3. Методом исключения найти общее решение системы ( $y = y(x), z = z(x)$ ):

$$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

4. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:  $y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$

### Шкала оценивания

Критерии оценивания	Оценка
Демонстрирует знание материала, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования дифференциальных уравнений в целях описания экономических явлений и процессов.	Зачет (51-100 баллов)
Демонстрирует не знание большей части учебного материала,	Не зачет (0-50 баллов)

допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет выбирать и использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов.	
--	--

### **4.3. Методические материалы**

#### **Процедура проведения зачета**

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

Во время аттестационных испытаний в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

При проведении письменного зачета билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении письменного зачета экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается на проверку экзаменатору.

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания зачета и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на зачет.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

Промежуточная аттестация по дисциплине определяет уровень сформированности этапов компетенций, предусмотренных адаптированной образовательной программой. Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в соответствии с фондом оценочных средств в формах, адаптированных к ограничениям здоровья и восприятия информации обучающихся.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и обучающихся инвалидов устанавливается с учётом индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Порядок проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме для лиц с нарушениями зрения: в устной форме или в форме электронного документа с использованием специализированного программного обеспечения

для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме или в форме электронного документа.

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в устной форме или в печатной форме, или в форме электронного документа.

Обучающимся инвалидам и обучающимся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости по личному устному или письменному заявлению предоставляется дополнительное время для подготовки ответа или выполнения задания (не более чем на 30 мин.).

Ответы на вопросы и выполненные задания обучающиеся предоставляют в доступной форме:

для лиц с нарушениями зрения: в устной форме или в письменной форме с помощью ассистента, в форме электронного документа с использованием специализированного

программного обеспечения

для лиц с нарушениями слуха: в электронном виде или в письменной форме.

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в устной форме или письменной форме или в форме электронного документа (возможно с помощью ассистента).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения допускается использование дистанционных образовательных технологий, адаптированных для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены образовательным учреждением или могут использоваться собственные технические средства.

## **5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Методические указания по выполнению контрольных работ**

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

### **Методические указания по подготовке к коллоквиуму**

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму обучающемуся отводится 2-3 недели.

При подготовке к коллоквиуму следует:

- 1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума.;
- 2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено

преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;

3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

### **Самоподготовка к практическим занятиям**

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) тщательно изучить лекционный материал;
- 4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;
- 5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

## **6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося инвалида или обучающегося с ограниченными возможностями здоровья обеспечен предоставлением ему не менее чем одного учебного, методического печатного и/или электронного издания по дисциплине (включая электронные базы периодических изданий), в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для обучающихся с нарушениями зрения:

в форме электронного документа с использованием специализированного программного обеспечения;

Для обучающихся с нарушениями слуха:

в печатной форме;

в форме электронного документа;

Для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

в печатной форме;

в форме электронного документа;

Содержание дисциплины размещено на сайте Филиала <https://siu.ranepa.ru/sveden/education/>, а также в СДО

Для контактной и самостоятельной работы используются мультимедийные комплексы, электронные учебники и учебные пособия, адаптированные к ограничениям здоровья обучающихся имеющиеся в

электронно-библиотечных системах «Университетская библиотека ONLINE», «Издательства ЛАНЬ», «Издательства Юрайт», «IPRbooks», «Университетская Информационная Система РОССИЯ», «Электронная библиотека диссертаций РГБ», «Научная электронная библиотека eLIBRARY», «EBSCO», «SAGE Premier»;

системе федеральных образовательных порталов «Экономика. Социология. Менеджмент», «Юридическая Россия», Сервер органов государственной власти РФ, Сайт Сибирского Федерального округа и др.

Могут использоваться информационные справочные правовые системы: «Консультант плюс», «Гарант»

### **6.1. Основная литература**

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126716>
2. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/52071.html>
3. Романко, В.К. Разностные уравнения : учебное пособие / В.К. Романко. — 3-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 115 с. — ISBN 978-5-9963-2661-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70755>

### **6.2. Дополнительная литература**

1. А. Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник: допущено М-вом образования РФ для студентов, обуч. по физико-математическим направлениям и специальностям М.: КомКнига, 2007
2. А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005

### **6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Не предусмотрено.

### **6.4. Нормативные правовые документы**

Не предусмотрено.

### **6.5. Интернет-ресурсы**

Не предусмотрено.

### **6.6. Иные источники**

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа, учебник, М. :ФИЗМАТЛИТ, 2002.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. М.: Дело, 2010.
3. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2011.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2011.
5. Курс дифференциальных уравнений. Степанов В.В. «Наука».- М.-2004
6. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. А.Ф. Филиппов. URSS.-М.:200
7. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 280 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/413994>

## **7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Специализированный кабинет для занятий с маломобильными группами (студенты с ограниченными возможностями здоровья): экран, компьютеры с подключением к локальной сети института и выходом в Интернет, звуковой усилитель, мультимедийный проектор, столы аудиторные, стулья, трибуна настольная, доска аудиторная, офисные кресла.

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (занятий лекционного типа), оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: комплект специализированной учебной мебели (столы и кресла – рабочие места обучающихся и преподавателя); доска аудиторная; экран; персональный компьютер; звуковая система; проектор; веб-камера. Выход в Интернет и доступ в электронную информационно-образовательную среду организации.

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: комплект специализированной учебной мебели (столы и стулья – рабочие места обучающихся и преподавателя); доска аудиторная; персональный компьютер; телевизор; веб-камера. Выход в Интернет и доступ в электронную информационно-образовательную среду организации.

Компьютерный класс, учебная аудитория для проведения учебных занятий (занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения: комплект специализированной учебной мебели (столы и стулья - рабочие места обучающихся и преподавателя), доска аудиторная; персональные компьютеры моноблоки; проектор; веб-камера; экран. Выход в Интернет и доступ в электронную информационно-образовательную среду организации, в том числе с рабочих мест обучающихся. Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows; пакеты лицензионных программ: MS Office, MS Teams, лицензионное антивирусное программное обеспечение.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся (Информационно-ресурсный центр) оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.

*Программное обеспечение:* ОС Microsoft Windows, Пакет Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint), Microsoft Teams, лицензионное антивирусное программное обеспечение.

Для обучающихся с нарушениями зрения:

NVDA (Non Visual Desktop Access) - свободная, с открытым исходным кодом программа для MS Windows, которая позволяет незрячим или людям с ослабленным зрением работать на компьютере без применения зрения, выводя всю необходимую информацию с помощью речи;

Экранная лупа – программа экранного увеличения;

Экранный диктор (на англ.яз) – программа синтеза речи;

Для обучающихся с нарушениями слуха:

Speech logger– программа перевода речи в текст.